

2017 年安徽省教师招聘考试真题及答案-中学数学

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

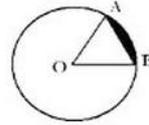
1. 若集合 $A = \{x | 1+x > 0\}$, $B = \{x | \frac{1}{x-1} < 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于 (D)

A. \emptyset B. $\{x | x < -1\}$ C. $\{x | x > -1\}$ D. $\{x | -1 < x < 1\}$

【解析】 $A = \{x | x > -1\}$, $B = \{x | x < 1\}$, $A \cap B = \{x | -1 < x < 1\}$, 故选 D.

2. 如图, 在单位圆中, 若弦 AB 的长为 1, 则 $S_{\text{阴影}}$ = (B)

A. $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{5\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{4}$



【解析】 $S_{\text{阴影}} = \frac{1}{2}ar^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{3} \times 1^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$.

3. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的奇函数, 若 $x < 0$ 时, $f(x) = -3^x$, 则 $f(1)$ 的值为 (C)

A. -3 B. 3 C. 3 D. 3

【解析】 $f(1) = -f(-1) = -(-3^{-1}) = \frac{1}{3}$.

4. 若向量 $\vec{a} = (3, 2)$, $\vec{b} = (0, -1)$, 则 $2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|$ 的值为 (B)

A. -6 B. -3 C. 0 D. 3

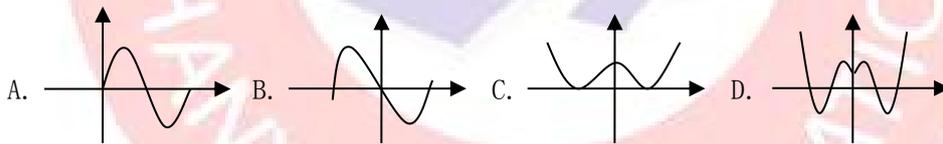
【解析】 $2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}| = 2 \times [3 \times 0 + 2 \times (-1)] + \sqrt{0^2 + (-1)^2} = -3$. 故选 B.

5. 从 4 名男生和 3 名女生中任选 3 人组成一个志愿队, 要求男女都有, 不同的组队方案数为 (A)

A. 30 B. 35 C. 60 D. 210

【解析】依据题意, 可分为两种情况, 女 1 男 2, 或者女 2 男 1, 则 $C_3^1 \cdot C_4^2 + C_3^2 \cdot C_4^1$. 故选 A.

6. 函数 $y = f(|x|)$ 的图像可能是 (D)



【解析】由题意知, 此函数为偶函数, 故选 D.

7. 定积分 $\int_{-4}^3 |x-2| dx$ 的值为 (C)

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【解析】 $\int_{-4}^3 |x-2| dx = \int_{-4}^2 (2-x) dx + \int_2^3 (x-2) dx = 5$

8. 《义务教育数学课程标准 (2011) 版》在课程性质中指出, 义务教育阶段的数学课程是培养公民素质的基础课程, 具有基础性、普及型和 (D)

A. 创新性 B. 理论性 C. 实践性 D. 发展性

9. 《义务教育数学课程标准 (2011) 版》在课程目标中指出, 义务教育数学课程目标分为总目标与学段目标, 其中总目标是从知识技能、 (A)、问题解决和情感态度等四个方面具体阐述.

A. 数学思考 B. 过程方法 C. 思想方法 D. 活动经验

10. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》在评价建议中指出, 教学评价应当采取多样化的评价方式, 恰当呈现并合理利用评价结果, 发挥评价的激励作用, 保护学生的自尊心和自

信

心. 下列是一位教师在某一教学单元学习结束时采取的评价方式, 哪一个不符合上述评价理念 (C)

- A. 要求学生自我设计一个“学习小结”, 用适合的形式 (表、图、卡片、电子文本等) 归纳学到的知识和方法, 学习中的收获, 遇到的问题等, 教师通过学习小结对学生的评价情况进行评价.
- B. 要求学生自我设计一个“学习小结”, 分小组在班级汇报交流, 每一位同学总结自己的进步, 反思自己的不足, 同学们相互评价.
- C. 进行单元书面测验, 并张榜公布学习成绩排名, 教师表扬先进, 批评后进.
- D. 进行单元书面测验, 师生共同分析试卷, 找出成绩与问题所在, 改进教与学.

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分)

11. 计算: $\tan \frac{5\pi}{6} + \ln \sqrt{e} + i^2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$

答案: $-\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$.

【解析】 $\tan (\pi - \frac{\pi}{6}) + \ln e^{\frac{1}{2}} + (-1)^2 = -\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}$.

12. 计算: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$.

答案: 1.

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} e^x = 1$.

13. 掷两枚骰子, 向上点数之和等于 5 的概率是 $\frac{1}{9}$.

答案: $\frac{1}{9}$.

【解析】抛掷两次骰子点数之和为 5 的情况为 1 和 4; 2 和 3; 3 和 2; 4 和 1 共 4 种, 共有 36 种情况, 概率为 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

14. 已知 $a, b \in \mathbb{R}^+$, 若行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ 的值为 1, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的取值范围是 4 .

答案: 4.

【解析】 $\begin{vmatrix} a & b \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = a + b = 1 \cdot (\frac{1}{a} + \frac{1}{b})(a + b) = 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \geq 2 + 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}} = 4$

15. 《义务教育数学课程标准 (2011 年版)》在教学建议中提出, 教学中应处理好“预设”与“生成”的关系, 主要是要求教学方案在形成与实施过程中, 教师应当① ② ⑤ (写出所有正确结论的编号)

- ①理解和钻研教材, 以充分把握教材内容.
- ②对教材进行再创造, 以准确体现教学基本理念和课程内容规定的要求.
- ③教学要有预案, 教学过程应当完全按照预案实施.
- ④教学不需要有预案, 教学过程应当自由发挥与创造.
- ⑤教学要有预案, 教学过程应当根据教学实际, 适时调整预案.

答案: ① ② ⑤.

三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{5}$, 周长为 20,

$\cos A = \frac{1}{4}$.

- (1) 求 $\sin A$ 的值.
- (2) 求 a 的值.

答案: (1) $\frac{\sqrt{15}}{4}$ (2) $\frac{17}{2}$

【解析】(1) 因为 A、B、C 都是 $\triangle ABC$ 的角, 故角的度数在 $[0, 180^\circ]$, 所以 $\sin A$ 为正数,

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

(2) 由题意得, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}bc\sin A = 3\sqrt{15}$, $a + b + c = 20$, $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{4}$. 联立解得 $a = \frac{17}{2}$.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = \frac{1}{3}(1 - a_n)$, $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

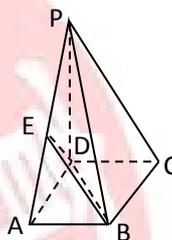
(2) 计算: $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

【解析】(1) $a_n = S_n - S_{n-1} = -a_n + a_{n-1}$, 故有 $\frac{a_n}{a_{n-1}} = q = \frac{1}{4}$, 故 $\{a_n\}$ 是以 $a_1 = S_1 = \frac{1}{3}(1 - a_1) \Rightarrow a_1 = \frac{1}{4}$ 为首项, 以 $q = \frac{1}{4}$ 为公比的等比数列. $a_n = a_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{4^n}$.

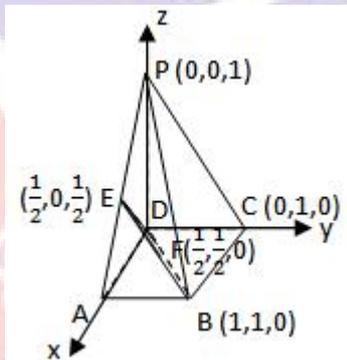
18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底边为正方形, 侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 点 E 在棱 PA 的中点, $PD = PA = 1$.

(1) 求证: $PC \parallel$ 平面 BDE ;

(2) 求三棱锥 $B-PDE$ 的体积.



【解析】(1) 以点 D 为坐标原点建立空间如图, 将相应点坐标标出来, 取 DB 中点 F , 连接 EF , 则 $\overrightarrow{PC} = (0, 1, -1)$, $\overrightarrow{EF} = (0, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, 则有 $\overrightarrow{PC} = 2\overrightarrow{EF}$, 则 $PC \parallel EF$, 又因为 EF 在面 BDE 上, 故有 $PC \parallel$ 平面 BDE .



$$(2) V_{B-PDE} = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$. 其短轴的一个端点与两个焦点构成的三角形的面积为 $\sqrt{2}$.

f. (1) 求椭圆的方程; (2) 已知动直线 $y = k(x+1)$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 若线段 AB 中点的横坐标为 $-\frac{1}{2}$, 求斜率 k 的值.

答案: (1) $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ (2) $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】(1) $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ① $\frac{1}{2} \cdot 2c \cdot b = \sqrt{2} \Rightarrow bc = \sqrt{2}$ ② $a^2 = b^2 + c^2$ ③

解得 $c^2 = 2$, $b^2=1$, $a^2=3$. 故椭圆方程为 $\frac{x^2}{3} + y^2=1$.

(2) 将直线代入到椭圆中得 $(k^2 + \frac{1}{3}) \cdot x^2 + 2k^2x + k^2 - 1 = 0$. 由韦达定理有 $\frac{x_1+x_2}{2} = \frac{3k^2}{3k^2+1} = -\frac{1}{2} \Rightarrow$
 $k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$.

20. 已知函数 $f(x) = x^2 + 4\ln x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最大值和最小值.

(2) 证明: 当 $x \in [1, +\infty)$ 时, 函数 $f(x)$ 的图像在函数 $g(x)=2x^3$ 的图像下方.

【解析】(1) $f'(x) = 2x + \frac{4}{x}$. 当 $x \in [1, e]$ 时, $f'(x) = 2x + \frac{4}{x} > 0$ 恒成立, 即为增函数, $f_{\min}(1)=1$, $f_{\max}(e) = e^2 + 4$.

(2) 由题意得 $x^2 + 4\ln x < 2x^3$ 在 $x \in [1, +\infty)$ 恒成立, 即令 $h(x) = 2x^3 - x^2 - 4\ln x > 0$, 令
 $h(x) = 6x^2 - 2x - \frac{4}{x} > 0$ 化简得 $(x-1)(3x^2+2x+2) > 0$. 因为 $(3x^2+2x+2) > 0$ 恒成立, 故
 $x > 1$. 故 $x \in [1, +\infty)$, 函数 $h(x)$ 为递增函数. $h(x) > h_{\min}(1) = 1$. 故 $h(x) > 0$ 恒成立, 故得
 证函数 $f(x)$ 的图像在函数 $g(x) = 2x^3$ 的图像下方.

21. 案例分析

直角概念的数学片段.

师: 对于平面直角坐标系中的一条直线, 确定它的位置需要哪些条件?

生: 给定直线上的任意两点可确定这条直线.

师: 平面直角坐标系中, 过一点 P 可以确定一条直线吗?

生: 不能. 过一点的直线有无数条.

师: 这些直线有什么联系和区别呢?

生: 这些直线都过一点, 但倾角程度各不相同.

师: 说的很对, 那么如何刻画直线的倾角程度呢?

生: 可以用角.

师: 对. 这说明已知直线上一点和倾角也可以确定一条直线. 那么什么是直线的倾角呢? 我们已经介绍过“x 轴的正方向”的概念, 现在我们可以用这两个概念来定义: “直线的倾斜角”.

师: (在黑板上板书) 定义: x 轴的正方向与一条直线向上的方向之间所成的角叫做这条直线的倾斜角, 通常用 α 表示.

接下来, 教师带领学生讨论倾斜角的分类范围等问题, 并举出一些反例让学生辨认, 对倾斜角的概念予以强化.

阅读上述材料, 回答下列问题:

(1) 数学概念教学, 通常有哪两种教学设计方式? 分析该概念教学属于何种方式, 试对这种概念教学方式描述.

(2) 你认为直线倾斜角的概念应当如何教学, 谈谈你的认识?

(1) 概念教学有概念同化和概念形成两种教学方式.

22. 教学设计

《义务教育数学课堂标准 (2011 版)》在课程内容中要求: 创新意识的培养是现代教育的根本任务, 应体现数学教与学过程之中学生自己发现问题和提出问题是创新的基础, 独立思考学会思考是创新的核心, 归纳概括得到猜想和规律并加以验证是创新的重要方法.

素材: 如图所示, 将正方形纸 ABCD 折叠使点 B 落在 CD 边上一点 E (不与 C, D 重合) 在平后得到折痕 MN.

(1) 根据点 E 在 CD 上位置变化, 设置适当条件编制一道数学题目 (不要求解答)

(2) 依据上述素材和要求, 试以提出问题为主线进行“探究式”解题教学, 撰写一份培养学生观察与发现, 归纳与推理能力的教学过程设计 (只要写出教学过程, 突出探究的方法和问題即可)

